学 位 審 査 報 告 書

（ふりがな） 氏　　　　名	あとべ　ひらく 跡部　発
学位（専攻分野）	博　士　（　理　学　）
学 位 記 番 号	理　博　　第　　　　号
学位授与の日付	平成　　年　　月　　日
学位授与の要件	学 位 規 則 第 4 条 第 1 項 該 当
研 究 科 ・ 専 攻	理学研究科　数学・数理解析　専攻

（学位論文題目）

On the uniqueness of generic representations in an L-packet

（L-パケットの中の生成的表現の一意性について）

論 文 調 査 委 員	（主査）　市野　篤史　准教授 池田　　保　教　授 雪江　明彦　教　授

理　学　研　究　科

（ 続紙 １ ）

京都大学	博士（理　学）	氏 名	跡部　発
論文題目	On the uniqueness of generic representations in an L-packet		

（論文内容の要旨）

本論文では局所体上の古典群に対し、その生成的表現について考察している。

F を p 進体、G を F 上の連結簡約群とする。G は F 上準分裂と仮定し、U を F 上定義された G の Borel 部分群の冪単根基とする。$U(F)$ の生成的指標 μ を固定する。$G(F)$ の既約スムーズ表現 π に対し、

$$\dim \mathrm{Hom}_{U(F)}(\pi, \mu) \neq 0$$

となるときに、π を μ 生成的という。本論文では G が古典群のとき、μ 生成的表現の分類を局所 Langlands 対応の枠組みで考察した。

G が古典群のとき、局所 Langlands 対応により $G(F)$ の既約スムーズ表現 π を組 (ϕ, η) を用いて分類することができる。ただし ϕ は L パラメータ、 η は ϕ の中心化群の連結成分のなす群 $\mathcal{S}_\phi$ の指標である。この分類は固定した生成的指標 μ の選び方に依存する。先行結果により、μ 生成的表現の分類は緩増加な μ 生成的表現の分類に帰着することが知られていた。また $G(F)$ の緩増加な既約スムーズ表現 π に対し、(ϕ, η) を対応する L パラメータと $\mathcal{S}_\phi$ の指標の組とすると、Shahidi により

$$\pi \text{ は } \mu \text{ 生成的} \iff \eta = 1$$

であることが予想されていた。

古典群に対する Shahidi 予想は、今野、Jiang-Soudry、Arthur、Mok、Varma によって研究されていた。また Shahidi 予想は、表現の制限に関する Gan–Gross–Prasad 予想の特別な場合であり、これは Waldspurger、Beuzart-Plessis、Gan-市野、跡部により証明された。すなわち古典群に対する Shahidi 予想は、既に証明されている。

上記の Shahidi 予想の証明は表現の指標の理論に基づくものであり、証明は非常に長く複雑である。本論文では Shahidi 予想の一意性の部分、つまり $(\Rightarrow)$ に対して簡潔な別証明を与えた。つまり局所 Langlands 対応の性質の形式的な帰結として、Shahidi 予想の一意性の部分を証明した。

以上が本論文の主要結果である。

（続紙 2）

（論文審査の結果の要旨）

本論文では局所体上の古典群に対し、その生成的表現について考察している。

局所体上の簡約群 G に対し、$G(F)$ の生成的表現は Whittaker 模型とよばれる実現を持つ。この模型の実現は一意的であり、L 関数の構成や表現の関手的リフトの構成など、今日まで様々な応用を与えてきた。また Shahidi 予想を用いると、L 関数の構成を生成的表現に対するものに帰着することができる。そのため、生成的表現を分類すること、特に Shahidi 予想を証明することは、応用上も重要である。

一般線形群に対しては、Shahidi 予想は Zelevinsky によって証明されていた。また古典群に対しても Shahidi 予想は最近証明が完成したが、それは非常に長く複雑である。本論文において、Shahidi 予想の一意性の部分が局所 Langlands 対応の性質の形式的な帰結であることが分かり、Shahidi 予想の証明は著しく簡潔になった。

本証明において用いる局所 Langlands 対応の性質とは、局所絡関係式である。局所絡関係式とは、既約スムーズ表現 π に対し、π が緩増加な誘導表現の部分表現の場合に、局所絡作用素の π への制限を π に対応する組 (ϕ, η) を用いて記述するものである。特に π が離散系列表現の場合には、π に局所絡関係式を直接適用することはできない。

そのため本論文では $G(F)$ の緩増加既約表現 π が与えられたとき、G を Levi 部分群の因子に持つような大きな群 G' を考え、π をうまく $G'(F)$ の表現 π' に誘導することを考えた。すると π' は誘導表現だから局所絡関係式を適用することができる。本論文ではこのようにして得られる情報を様々な G' と π' に対して集めることで、π に対応する組 (ϕ, η) の η の部分を復元できることを示した。この考察と Shahidi による誘導表現の Whittaker 模型上の局所絡作用素の公式を用いて、μ 生成的表現に対応する μ が自明指標であることが示される。

また、このような手法は別の問題に対しても有用である。実際、跡部による Gan–Gross–Prasad 予想の証明では、このような手法が用いられている。

よって、本論文は博士（理学）の学位論文として価値あるものと認める。また、論文内容とそれに関連した事項について平成 28 年 11 月 15 日に試問を行った結果、合格と認めた。

要旨公開可能日：　　　年　　　月